

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

پایه

۵

۱۲



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۸/۱۱

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۳	فصل ۲ (درس ۲)
هندسه	—	فصل ۱ (درس‌های ۱ و ۲)	فصل ۲ (درس ۲)
گسسته	—	—	فصل ۲ (تا سر دور و مسیر) (صفحه ۳۲ تا ۳۸) فصل ۳ (بخش شمارش تا صفحه ۶۱)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴

ریاضیات

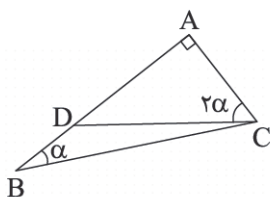
۱- اگر $\tan \alpha$ و $\tan \beta$ ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشد، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۴

۲- اگر $\tan(x + \frac{\pi}{3}) = 2$ باشد حاصل $\tan(2x - \frac{\pi}{3})$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۳- در شکل زیر $AD = 2BD$ است. در این صورت AC چند برابر BD است؟



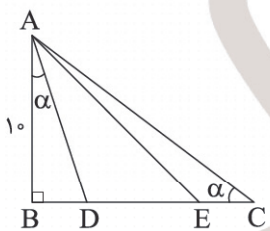
- (۱) $\frac{3}{2}$

- (۲) $\frac{4}{3}$

- (۳) $\frac{5}{3}$

- (۴) $\frac{5}{2}$

۴- در شکل زیر $BD = EC$ و $DE = 10$ است. اگر $\hat{D}AC = \beta$ باشد، حاصل $\tan \beta$ کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{3}$

- (۲) $\frac{3}{4}$

- (۳) $\frac{4}{3}$

- (۴) $\frac{3}{2}$

۵- کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین جواب‌های معادله مثلثاتی $\cos 2x + \sin 2x = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ چقدر اختلاف دارند؟

- (۱) $\frac{5\pi}{4}$ (۲) $\frac{3\pi}{2}$ (۳) $\frac{4\pi}{3}$ (۴) $\frac{3\pi}{4}$

۶- مجموع جواب‌های متمایز $\sin^2 2x + \cos 2x = \frac{5}{4}$ در بازه $[0, 2\pi]$ برابر θ باشد، مقدار $\sin(\frac{\theta}{3})$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

محل انجام محاسبات

۷- اگر $f(x) = \sin^2 x$ را نسبت به خط $x = \frac{\pi}{4}$ بازتاب کنیم، سپس $\frac{\pi}{3}$ به چپ انتقال دهیم، تابع به دست آمده نمودار f را در بازه $[0, 2\pi]$ چند بار قطع می‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۸- جمع جواب‌های معادله مثلثاتی $\tan 2x - \tan(x - \frac{\pi}{4}) = 1$ در بازه $(0, 3\pi)$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{5\pi}{2}$ (۲) 2π (۳) 3π (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۹- اگر $1 = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})\cos(x - \frac{\pi}{6})$ جمع جواب‌ها در بازه $(0, 2\pi)$ چند برابر کوچک‌ترین جواب در این بازه است؟

- (۱) $\frac{56}{5}$ (۲) $\frac{33}{5}$

- (۳) $\frac{66}{7}$ (۴) $\frac{33}{7}$

۱۰- تعداد جواب‌های متمایز معادله $(4\cos^2 x - 1)(3 - \tan^2 x) = 0$ در بازه $(0, 2\pi)$ چه تعدادی است؟

- (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۱۱- حداقل فاصله بین دو ریشه متوالی معادله مثلثاتی $\frac{\cos 2x}{\cos(x - \frac{\pi}{4})} = 1$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$

- (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

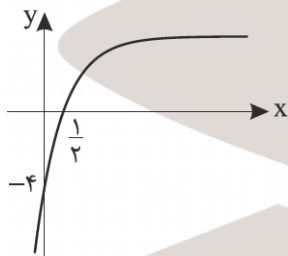
۱۲- نمودار تابع $f(x) = a - 2^{b-2x}$ شکل زیر است. جواب نامعادله $f(x) \geq -12$ کدام است؟

- (۱) $[-\frac{1}{2}, 4]$

- (۲) $[-2, +\infty)$

- (۳) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$

- (۴) $[-2, 8]$



محل انجام محاسبات

۱۳- اگر $\log_2 a = \frac{1}{4}(1 + \log_2 3)$ باشد، حاصل $\log_3(a^2 + 3)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۴- هرگاه $\log_b ab^2 = 3$ مقدار n کدام باشد تا $\log_a ab^n = 4$ برقرار باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۷

۱۵- نمودار تابع $f(x) = a - \log_2(b - ax)$ از مبدأ مختصات عبور می‌کند. مقدار $f(-\frac{b}{a})$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$

- (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۲

۱۶- $x = 3^\alpha$ جواب $\log_3 x + \log_4 x = 1$ است. حاصل $4^{\frac{1}{\alpha}}$ چه عددی است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶

۱۷- مجموع جواب‌های معادله $\log_2(\frac{a+x}{3}) = 1 + \log_2(5+x)$ برابر صفر است. اختلاف جواب‌های این معادله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴

- (۳) ۶ (۴) ۸

۱۸- عنصری در هر ماه، $\frac{1}{10}$ جرم خود را از دست می‌دهد. پس از چند ماه، $\frac{1}{3}$ جرم آن باقی می‌ماند؟ ($\log_3 10 = \frac{44}{21}$)

- (۱) ۱۲ (۲) ۹

- (۳) $10/5$ (۴) $8/5$

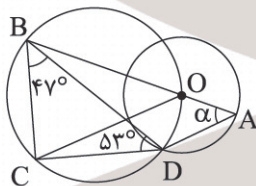
۱۹- در شکل زیر اگر $\hat{BDC} = 53^\circ$ و $\hat{CBD} = 47^\circ$ باشد، مقدار زاویه α کدام است؟

- (۱) 60°

- (۲) 50°

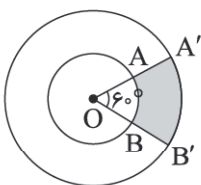
- (۳) 55°

- (۴) 65°



محل انجام محاسبات

۲۰- در شکل زیر، مساحت ناحیه رنگی نصف مساحت دایره کوچک تر است. محیط ناحیه رنگی چند برابر شعاع دایره کوچک تر است؟



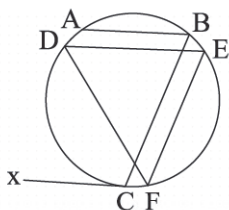
$1 + \pi$ (۱)

$2 + \pi$ (۲)

$1 + \frac{\pi}{2}$ (۳)

$2 + \frac{\pi}{3}$ (۴)

۲۱- در شکل زیر $EF \parallel BC$ ، $AB \parallel DE$ و Cx بر دایره مماس است. اگر $\widehat{AB} + \widehat{CD} = 2\widehat{EF}$ و $\widehat{BCx} = 110^\circ$ باشد، اندازه زاویه \widehat{EDF} چند درجه است؟ $(\widehat{CD} > \widehat{AB})$



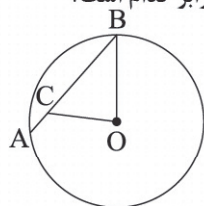
40 (۱)

45 (۲)

50 (۳)

55 (۴)

۲۲- در شکل زیر، O مرکز دایره به شعاع 10° می باشد. اگر $BC = 12$ و $AC = 3$ باشند، آنگاه محیط مثلث OBC برابر کدام است؟



35 (۱)

28 (۲)

32 (۳)

30 (۴)

۲۳- دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', 4)$ مفروض اند. اگر فاصله دورترین نقاط این دو دایره از هم 12 واحد باشد و امتداد خط مرکزین و مماس مشترک خارجی آنها یکدیگر را در نقطه M قطع کنند، طول MT (اندازه پاره خط مماس بر دایره کوچک تر) چقدر است؟

$\sqrt{8}$ (۴)

$2\sqrt{8}$ (۳)

$3\sqrt{8}$ (۲)

$\frac{2\sqrt{8}}{3}$ (۱)

۲۴- اگر $2x^2 + (a^2 - 7)y^2 + 4y + a = 0$ معادله یک دایره باشد، آنگاه مجموعه مقادیر a برابر کدام است؟

$\{-3, 3\}$ (۴)

$\{3\}$ (۳)

$\{-3\}$ (۲)

\emptyset (۱)

محل انجام محاسبات

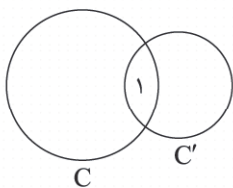
۲۵- دایره‌ای از نقاط $A(1, -3)$ و $B(3, -1)$ گذشته و بر خط $d: y = -3$ مماس است. بیشترین فاصله نقاط این دایره تا محور Oy کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۶- دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - 3x + y = 0 \\ 3x + y = m \end{cases}$ فقط دارای یک جواب است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۳

۲۷- دو دایره $C: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$ و $C': x^2 + y^2 - 2x - 4y = 4$ را در نظر بگیرید. اگر نقطه $A(1, n)$ مطابق شکل در ناحیه ۱ قرار گرفته باشد، برای n چند مقدار صحیح وجود دارد؟



- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۲۸- به ازای کدام مقدار مثبت m ، خط به معادله $3x - 4y + m = 0$ ، از دایره‌ای به معادله $x^2 + y^2 - 4x - 21 = 0$ و تری به طول ۸ جدا می‌کند؟

- (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳

۲۹- حاصل ضرب بیشترین و کمترین فاصله نقطه $A(-1, 3)$ از دایره به معادله $x^2 + y^2 - 4x + 2y + m = 0$ برابر ۲۱ است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۱۸ (۳) -۱۴ (۴) -۴۰

۳۰- به ازای چند مقدار طبیعی a ، دو دایره $C_1: x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ و $C_2: x^2 + y^2 + 4x - 4y + a = 0$ متخارج‌اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

محل انجام محاسبات

۳۱- با جایگشت ارقام عدد ۱۱۲۲۳۳۳۵۵ چند عدد فرد می توان ساخت؟

- $\frac{8!}{3!2!2!}$ (۱) $3 \times 7!$ (۳) $7!$ (۴) $\frac{8!}{3!2!2!}$ (۲)

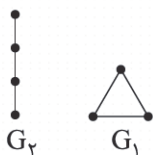
۳۲- به چند روش می توان ۶ نفر را به ۳ گروه تقسیم کرد؟

- 60 (۱) 75 (۲) 90 (۳) 80 (۴)

۳۳- گرافی $p = 20$ و $q = 29$ می باشد. این گراف حداکثر چند رأس درجه صفر دارد؟

- 10 (۱) 12 (۲) 13 (۴) 11 (۳)

۳۴- فرض کنید تمام رئوس گراف G_1 را به تمام رئوس گراف G_2 وصل کنیم تا گراف H به دست بیاید. در گراف H حاصل عبارت



$p + q + \Delta + \delta$ کدام است؟

- 30 (۱) 35 (۲) 34 (۳) 36 (۴)

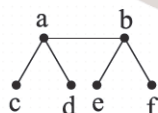
۳۵- در گراف G ، تمام رئوس با هم مجاور هستند. اگر $\Delta = 9$ باشد، حاصل جمع تمام درجات رئوس گراف کدام است؟

- 72 (۲) 36 (۱) 90 (۴) 45 (۳)

۳۶- در گراف G ، $|V(G)| = 11$ و $|E(G)| = 12$ و $\Delta(G) = 3$ و $\delta(G) = 1$ می باشد. این گراف ۵ رأس درجه ۲ دارد. تعداد رئوس $\Delta(G)$ کدام است؟

- 2 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴)

۳۷- فرض کنید G گراف زیر باشد، چند زیرگراف از مرتبه ۳ و اندازه ۲ دارد؟



- 5 (۱) 6 (۲) 7 (۳) 4 (۴)

۳۸- کدام گراف ساده قابل رسم است؟

(۱) گرافی از مرتبه $p=11$ که همه درجات آن ۳ باشد.

(۲) گرافی ۷- منتظم که مکمل آن ۵- منتظم باشد.

(۳) گرافی ۷- منتظم که مکمل آن ۲- منتظم باشد.

(۴) گرافی از مرتبه $p=7$ و منتظم که از مکمل اش ۵ یال کمتر دارد.

۳۹- با رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ چند گراف ساده از اندازه ۳ می توان ساخت به طوری که $\Delta = 3$ باشد.

(۱) ۶۰ (۲) ۹۰ (۳) ۴۵ (۴) ۵۰

۴۰- فرض کنید $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ و $N_G(a) = \{b, c\}$ و $N_G[b] = \{a, b, c\}$. اگر $N_G(e) = N_G(d)$ باشد، حاصل

$q_{min} + q_{max}$ کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۹